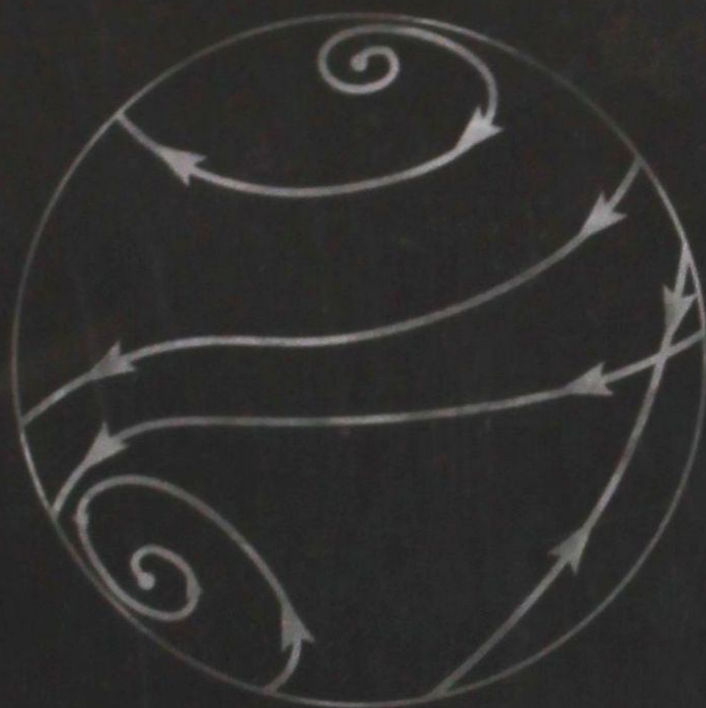


Б-212207

Ф. Л. Черноусько, Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко

# Эволюция движений твёрдого тела относительно центра масс



Б-212207

Ф. Л. Черноусько, Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко

# Эволюция движений твёрдого тела относительно центра масс

К



Москва ♦ Ижевск

2015

531.3

УДК 531  
ББК 22.236.3  
Ч 494



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 15-01-07013

*Издание РФФИ не подлежит продаже*

**Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Лещенко Д. Д.**

Эволюция движений твердого тела относительно центра масс. — М.—Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2015. — 308 с.

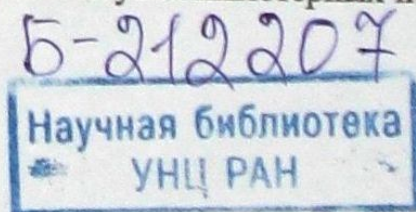
ISBN 978-5-4344-0294-1

В данной монографии изложены результаты исследований авторов по динамике твердого тела относительно центра масс, в которых рассмотрена эволюция этих движений под действием различных возмущающих моментов сил. Основным методом, применяемым в этих исследованиях, является асимптотический метод усреднения Крылова–Боголюбова. Такие проблемы возникают в современных задачах динамики, ориентации и стабилизации естественных и искусственных небесных тел, гироскопии и в других областях механики.

Для всех случаев движения, рассмотренных в книге, приведены и проанализированы исходные уравнения, выполнена процедура усреднения и получены усредненные уравнения, которые, будучи существенно проще исходных, описывают движение на большом интервале времени. Приводятся оценки точности асимптотической процедуры. В результате анализа и решения полученных уравнений установлены количественные и качественные особенности движений, дано описание эволюций движения тела. Изложение иллюстрируется многочисленными примерами.

ISBN 978-5-4344-0294-1

© Ф. Л. Черноусько, Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко, 2015  
© Ижевский институт компьютерных исследований, 2015



# Оглавление

Предисловие . . . . .	7
Обзор литературы . . . . .	11
<b>ГЛАВА 1. Основы динамики твердого тела с неподвижной точкой</b>	<b>27</b>
§ 1. Определение положения тела. Углы Эйлера . . . . .	27
§ 2. Геометрия масс. Моменты инерции . . . . .	27
§ 3. Теорема об изменении кинетического момента . . . . .	31
§ 4. Динамические уравнения Эйлера . . . . .	33
§ 5. Кинематические уравнения Эйлера. Направляющие косинусы	34
§ 6. Уравнения движения тяжелого твердого тела вокруг непо- движной точки . . . . .	37
<b>ГЛАВА 2. Движение твердого тела по инерции. Случай Эйлера</b>	<b>41</b>
§ 1. Первые интегралы . . . . .	41
§ 2. Некоторые сведения из теории эллиптических функций Якоби	44
§ 3. Интегрирование динамических уравнений Эйлера. Исследо- вание движения . . . . .	45
§ 4. Частные случаи (регулярная прецессия, стационарные вра- щения) . . . . .	51
<b>ГЛАВА 3. Случай Лагранжа</b>	<b>55</b>
§ 1. Интегрирование уравнений движения и его исследование . .	55
§ 2. Регулярная прецессия . . . . .	62
§ 3. Быстро вращающийся волчок . . . . .	65
<b>ГЛАВА 4. Уравнения возмущенного движения твердого тела отно-       сительно центра масс</b>	<b>71</b>
§ 1. Понятие возмущенного движения . . . . .	71
§ 2. Основные понятия метода усреднения. Системы в стандарт- ной форме. Системы с быстро вращающейся фазой . . . . .	72

§ 3.	Системы, содержащие медленные и быстрые движения . . . . .	76
§ 4.	Схема усреднения высших степеней в системах с быстрыми и медленными фазами . . . . .	78
§ 5.	Уравнения возмущенного движения твердого тела, близкого к случаю Эйлера . . . . .	82
§ 6.	Уравнения возмущенного движения спутника относительно центра масс . . . . .	86
§ 7.	Процедура усреднения для тела с близкими моментами инерции . . . . .	92
§ 8.	Уравнения возмущенного вращательного движения твердого тела, близкого к случаю Лагранжа . . . . .	95
8.1.	Общий случай . . . . .	95
8.2.	Случай различных порядков малости проекций вектора возмущающего момента . . . . .	98
8.3.	Возмущающие моменты малы по сравнению с восстанавливающим . . . . .	103
<b>ГЛАВА 5. Возмущающие моменты сил, действующие на твердое тело . . . . .</b>		<b>107</b>
§ 1.	Гравитационные моменты, действующие на спутник . . . . .	107
§ 2.	Твердое тело в среде с сопротивлением . . . . .	112
§ 3.	Твердое тело с полостью, заполненной жидкостью большой вязкости . . . . .	113
§ 4.	Случай подвижных масс, соединенных с телом упругими связями с вязким трением . . . . .	117
§ 5.	Тело с упругими и диссипативными элементами . . . . .	121
§ 6.	Вязкоупругое твердое тело . . . . .	132
§ 7.	Влияние подвижной массы, соединенной с телом упругой связью с квадратичным трением . . . . .	137
§ 8.	Момент сил светового давления . . . . .	139
<b>ГЛАВА 6. Движение спутника относительно центра масс под действием гравитационных моментов . . . . .</b>		<b>141</b>
§ 1.	Движение трехосного спутника с близкими моментами инерции . . . . .	141
§ 2.	Быстрые вращения спутника с трехосным эллипсоидом инерции . . . . .	147

§ 3. Резонансные явления при плоском движении спутника относительно центра масс . . . . .	159
<b>ГЛАВА 7. Движение твердого тела с полостью, заполненной вязкой жидкостью . . . . .</b>	<b>175</b>
§ 1. Уравнения движения тела с вязкой жидкостью в полости . . . . .	175
§ 2. Плоское движение маятника с вязкой жидкостью . . . . .	177
§ 3. Свободное пространственное движение тела с вязкой жидкостью . . . . .	181
§ 4. О движении твердого тела, содержащего демпфер . . . . .	191
§ 5. Устойчивость движения твердого тела с демпфером . . . . .	198
<b>ГЛАВА 8. Эволюция вращений твердого тела в среде . . . . .</b>	<b>203</b>
§ 1. Быстрое движение тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки . . . . .	203
§ 2. Вращение тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки в вязкой среде . . . . .	206
2.1. Постановка задачи и процедура усреднения . . . . .	206
2.2. Исследование уравнения для $k^2$ . . . . .	212
2.3. Качественное исследование частных случаев движения твердого тела . . . . .	215
2.4. Исследование устойчивости квазистационарных движений . . . . .	217
2.5. Случай динамической симметрии . . . . .	220
§ 3. Быстрое вращение спутника относительно центра масс под действием гравитационного момента в среде с сопротивлением . . . . .	221
<b>ГЛАВА 9. Движение твердого тела с внутренними степенями свободы . . . . .</b>	<b>231</b>
§ 1. Динамика твердого тела с подвижной внутренней массой . . . . .	231
1.1. Случай полной симметрии тела . . . . .	231
1.2. Движение динамически симметричного тела с подвижной массой . . . . .	237
§ 2. О движении твердого тела с подвижной массой, соединенной с телом упругой связью с квадратичным трением . . . . .	241

<b>ГЛАВА 10. Влияние момента сил светового давления на движение спутника Солнца относительно центра масс</b> . . . . .	245
§ 1. Уравнения вращения спутника под действием момента сил светового давления . . . . .	245
§ 2. Эволюция вращений спутника с близкими моментами инерции . . . . .	247
2.1. Исходные предположения и постановка задачи . . . . .	247
2.2. Преобразование выражения силовой функции, процедура усреднения и построение системы первого приближения . . . . .	249
2.3. Исследование уравнений для углов нутации и собственного вращения . . . . .	252
2.4. Учет нулевой и первой гармоник при аппроксимации момента сил светового давления . . . . .	253
§ 3. Учет третьей и четных гармоник при аппроксимации момента сил светового давления . . . . .	262
<b>ГЛАВА 11. Возмущенные движения твердого тела, близкие к случаю Лагранжа</b> . . . . .	269
§ 1. Общие свойства процедуры усреднения по движению Лагранжа . . . . .	269
§ 2. Возмущенное движение тела при линейных диссипативных моментах . . . . .	272
§ 3. Эволюция вращений твердого тела в случае различных порядков малости проекций вектора возмущающего момента . . . . .	275
3.1. Общий подход . . . . .	275
3.2. Влияние внешних диссипативных моментов . . . . .	279
3.3. Действие малого постоянного момента, приложенного вдоль оси симметрии . . . . .	281
3.4. Случай тела, близкого к динамически симметричному . . . . .	283
<b>Литература</b> . . . . .	285

- Моск. энергетического института. Проблемы механики управляемых систем, машин и механизмов. — 1985. — № 77. — С. 3–10.
- [301] Нейштадт А. И. Прохождение через сепаратрису в резонансной задаче с медленно меняющимся параметром // Прикл. математика и механика. — 1975. — Т. 39. — Вып. 4. — С. 621–632.
- [302] Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация по отношению к части переменных. — М.: Наука, 1987. — 256 с.
- [303] Бойчук О. П. Стійкість руху осесиметричного твердого тіла (гіроскопа) на сферичній опорі // Доп. АН УРСР. — 1963. — № 1. — С. 31–34.
- [304] Тимофеев А. Ф. Интегрирование функций. — М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. — 432 с.
- [305] Лещенко Д. Д., Рачинская А. Л., Щетинина Ю. С. Эволюция вращений симметричного гиростата в гравитационном поле и сопротивляющийся среде // Механика твердого тела. — 2012. — Вып. 42. — С. 93–102.
- [306] Акуленко Л. Д., Лещенко Д. Д., Рачинская А. Л., Зинкевич Я. С. Возмущенные и управляемые вращения твердого тела. — Одесса: Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, 2013. — 288 с.

*Черноустько Феликс Леонидович  
Акуленко Леонид Денисович  
Лещенко Дмитрия Давидович*

## ЭВОЛЮЦИЯ ДВИЖЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС

*Дизайнер А. А. Гурьянова  
Технический редактор А. В. Бакиев  
Компьютерный набор и верстка С. В. Высоцкого  
Корректор Е. В. Огородникова*

---

Подписано в печать 28.07.2015. Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,90. Уч.-изд. л. 18,23.  
Гарнитура «Таймс». Бумага офсетная № 1. Заказ № 15-68.  
АНО «Ижевский институт компьютерных исследований»  
426034, г. Ижевск, ул. Кооперативная, д. 5.  
E-mail: mail@gcd.ru Тел./факс: +7 (3412) 50-02-95

---