

Б-211938

УНИВЕРСИТЕТСКИЙ УЧЕБНИК

ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Учебное пособие

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ОМЕГА-Л

Б-211938

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Обязательный
бесплатный
экземпляр

ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Составители

В.Д. Павлидис, Ю.И. Федоров

*Допущено Министерством сельского хозяйства Российской Федерации в качестве
учебного пособия для студентов высших аграрных учебных заведений, обучающихся
по специальности «Информационная безопасность автоматизированных систем»
и направлениям «Информатика и вычислительная техника», «Безопасность
автоматизированных систем», «Техносферная безопасность»,
«Управление в технических системах»*

к

Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ОМЕГА-Л

Оренбург

Издательский центр
ОГАУ

2014

517.53/55 + 517(076)

УДК 517.51

ББК 22.12

П69

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный аграрный университет» (председатель совета – профессор В.В. Каракулев).

Рецензенты:

Боровский А.С., канд. техн. наук, доцент;
Тычина С.Е., канд. физ.-мат. наук, доцент

П69 **Практикум по теории функций комплексного переменного** : учеб. пособие / сост. В.Д. Павлидис, Ю.И. Федоров. – М. : Издательство «Омега-Л» ; Оренбург : Издательский центр ОГАУ, 2014. – 146 с. – (Университетский учебник).

ISBN 978-5-370-03461-9 (Издательство «Омега-Л»)

ISBN 978-5-88838-876-1 (Издательский центр ОГАУ)

В учебном пособии рассмотрены основы теории функций комплексного переменного и практикум, в котором дано подробное решение типовых и прикладных задач, иллюстрации, пояснения и индивидуальные задания по 30 вариантов в каждом.

Для студентов, обучающихся по направлениям подготовки специалистов 09030303 «Информационная безопасность автоматизированных систем», бакалавров 090900 «Информационная безопасность», 230100 «Информатика и вычислительная техника», 280700 «Техносферная безопасность», 220400 «Управление в технических системах».

УДК 517.51

ББК 22.12

ISBN 978-5-370-03461-9

(Издательство «Омега-Л»)

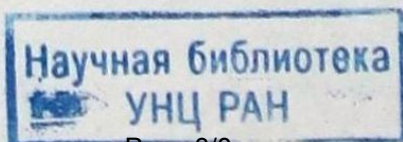
ISBN 978-5-88838-876-1

(Издательский центр ОГАУ)

© Павлидис В.Д., Федоров Ю.И., 2014

© ООО «Издательство «Омега-Л», 2014

© Издательский центр ОГАУ, 2014



5-211938-ИМ

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1 ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	3
Глава 1 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	3
1.1 Комплексные числа и их геометрическое представление. Предел последовательности, сумма числового ряда.....	3
1.2 Функция, ее геометрический смысл. Предел и непрерывность функции.....	6
1.3 Производная. Условия КРЭД	8
1.4 Аналитические и гармонические функции	10
1.5 Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.....	12
Глава 2 ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ.....	15
2.1 Линейная функция в C	15
2.2 Дробно-линейная функция в C	16
2.3 Многочлен $P_n(z)$	17
2.4 e^{xz} и ее свойства.....	18
2.5 Логарифм в комплексной области	22
2.6 Свойства Lnz	24
2.7 Тригонометрические функции в C	29
2.8 Общая степенная и общая показательная функции в комплексной области.....	34
Глава 3 ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	39
3.1 Определение интеграла и его существование.....	39
3.2 Основные свойства и вычисление интегралов	41
3.3 Интегральная теорема Коши	43
3.4 Первообразная аналитической функции. Формула Ньютона – Лейбница.....	45
3.5 Интегральное представление логарифма	46
3.6 Основанная формула ТАФ (интегральная формула Коши)	47
Глава 4 РЯДЫ В КОМПЛЕКСНОЙ ОБЛАСТИ.....	49

4.1	Функциональные ряды. Свойства равномерно сходящихся рядов	49
4.2	Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости степенного ряда	51
4.3	Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Аналитичность суммы степенного ряда	52
4.4	Разложение любой аналитической функции в ряд Тейлора. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции	54
4.5	Оценка коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры многочленов. Понятие кратности корня любой аналитической функции	57
4.6	Теорема единственности аналитической функции	59
4.7	Понятие об аналитическом продолжении функции	62
Глава 5	РЯД ЛОРАНА	63
5.1.	Ряды Лорана. Разложение аналитических функций в ряд Лорана	63
5.2	Классификация изолированных особых точек. Теорема Сохоцкого	67
5.3	Вычеты. Основная теорема о вычетах	69
5.4	Вычисление вычетов	70
5.5	Примеры вычисления интегралов с помощью вычетов	71
Раздел 2 ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО		74
Тема 1 ПОЛЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ, ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ		74
Тема 2 МОДУЛЬ И АРГУМЕНТ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА, ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАПИСИ. ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ. ФОРМУЛА МУАВРА		77
Тема 3 ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФОРМА ЗАПИСИ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ. ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ		87

Тема 4 ПРИЛОЖЕНИЯ АЛГЕБРЫ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ (РЕАКЦИЙ) В ЛИНЕЙНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ И СЕТЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ В ВИДЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ И МЕТОД КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД РАСЧЁТА ТАКИХ ЦЕПЕЙ	91
Тема 5 ЛИНИИ И ОБЛАСТИ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ.....	102
Тема 6 ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. ОДНОЗНАЧНЫЕ И ОДНОЛИСТНЫЕ ФУНКЦИИ. ОТОБРАЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ	115
Тема 7 ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. УСЛОВИЯ КОШИ – РИМАНА. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ	119
Тема 8 ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, СОПРЯЖЁННЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ. ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ПО ЕЁ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ИЛИ МНИМОЙ ЧАСТИ.....	122
Тема 9 ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО (ФКП).....	127
Тема 10 ИНТЕГРАЛ ОТ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО ..	133
ЛИТЕРАТУРА	143

Учебное издание

**ПРАКТИКУМ ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ
КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

Составители:

Павлидис Виктория Дмитриевна, **Федоров** Юрий Иванович

Тех. редактор *М.Н. Рябова*

Корректор *Л.В. Иванова*

Комп. верстка *Б.З. Хавин*

Подписано в печать 15.10.2014. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 8,5. Печать трафаретная.
Тираж 300 экз. (1-й завод – 120 экз.). Заказ № 7225.

ООО «Издательство «Омега-Л»

111123, г. Москва, Шоссе Энтузиастов, д. 56

Тел.: (495) 228-64-58

Издательский центр ОГАУ

460014, г. Оренбург, ул. Челюскинцев, д. 18

Тел.: (3532) 77-61-43

Отпечатано в Издательском центре ОГАУ

В учебном пособии рассмотрены основы теории функций комплексного переменного и практикум, в котором дано подробное решение типовых и прикладных задач, иллюстрации, пояснения и индивидуальные задания по 30 вариантов в каждом.

Для студентов, обучающихся по направлениям подготовки специалистов 09030303 «Информационная безопасность автоматизированных систем», бакалавров 090900 «Информационная безопасность», 230100 «Информатика и вычислительная техника», 280700 «Техносферная безопасность», 220400 «Управление в технических системах».



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ОМЕГА-Л

111123, Москва, Шоссе Энтузиастов, д. 56
Тел./факс: (495) 228-64-58, (495) 228-64-59
[Http://www.omega-l.ru](http://www.omega-l.ru)