

Б-211945

И. В. Попов, И. В. Фрязинов

**МЕТОД
АДАПТИВНОЙ
ИСКУССТВЕННОЙ
ВЯЗКОСТИ
ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЙ
ГАЗОВОЙ
ДИНАМИКИ**



URSS

Б-211945

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша

И. В. Попов, И. В. Фрязинов

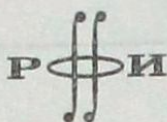
МЕТОД АДАПТИВНОЙ ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ



URSS
МОСКВА

532.5 + 530.19

ББК 22.253.3 22.311



Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 14-01-07001)

**Попов Игорь Викторович,
Фрязинов Игорь Владимирович**

**Метод адаптивной искусственной вязкости численного решения
уравнений газовой динамики. — М.: КРАСАНД, 2014. — 288 с.; цв. вкл.**

Книга посвящена новому численному методу адаптивной искусственной вязкости (АИВ) решения задач газовой динамики.

Предложенный в книге метод использовался для решения одномерных и многомерных задач на ортогональных и неструктурированных сетках. Проведено сравнение результатов расчетов тестовых задач методом АИВ с другими современными методами. Метод был также применен к решению ряда других задач математической физики. Приводится решение методом АИВ некоторых практических задач.

Книга может представлять интерес для аспирантов, научных сотрудников и инженеров, занятых решением задач газовой динамики.

Все результаты получены авторами данной книги, опубликованы в печати и докладывались на международных научных конференциях.

ИЗДАНИЕ РФФИ НЕ ПОДЛЕЖИТ ПРОДАЖЕ

Издательство «КРАСАНД». 117335, Москва, Нахимовский пр-т, 56.
Формат 60×90/16. Печ. л. 18. Зак. № 5302.

Отпечатано способом ролевой струйной печати в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор», 142300, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1

ISBN 978-5-396-00628-7

5-211945

© КРАСАНД, 2014

Научная библиотека
УНЦ РАН

14569 ID 187505



9 785396 006287

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА



URSS

E-mail: URSS@URSS.ru

Каталог изданий в Интернете:

<http://URSS.ru>

Тел./факс (многоканальный):

+ 7 (499) 724 25 45

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Введение	6
-----------------------	----------

Глава I. Метод адаптивной искусственной вязкости. Одномерные задачи	16
--	-----------

§ 1.1. Постановка задачи.....	16
§ 1.2. Поправки Лакса—Вендроффа.....	18
§ 1.3. Аппроксимация	22
§ 1.4. Искусственная вязкость	26
§ 1.5. Число Куранта	33
§ 1.6. Области введения искусственной вязкости	38
§ 1.7. Метод адаптивной искусственной вязкости (АИВ) для решения одномерных задач газовой динамики	47
§ 1.8. Первые численные эксперименты	52
§ 1.9. Разностная схема и балансные соотношения. Сеточная аппроксимация уравнений для внутренней энергии.....	60
§ 1.10. Решение тестовых задач методом АИВ	68
§ 1.11. Метод АИВ в цилиндрических и сферических координатах	92
§ 1.12. Метод АИВ для уравнений Бюргерса, пограничного слоя, линейного и нелинейного переноса	102

§ 1.13. Численное решение уравнений Бюргерса, пограничного слоя, линейного и нелинейного переноса методом АИВ	112
§ 1.14. Сравнение метода АИВ и WENO5	118
Глава II. Метод адаптивной искусственной вязкости. Решения многомерных задач газовой динамики на ортогональных сетках.....	121
§ 2.1. Постановка задачи.....	121
§ 2.2. Сетки и обозначения	123
§ 2.3. Аппроксимации операторов дивергенции и градиента	128
§ 2.4. Поправки Лакса—Вендроффа.....	132
§ 2.5. Аппроксимация уравнений газовой динамики.....	136
§ 2.6. Искусственная вязкость	139
§ 2.7. Области введения искусственной вязкости	145
§ 2.8. Метод адаптивной искусственной вязкости	152
§ 2.9. Метод АИВ в цилиндрических координатах.....	154
§ 2.10. Численное решение двумерных задач.....	157
§ 2.11. Численное решение трёхмерной задачи	169
Глава III. Метод адаптивной искусственной вязкости решения уравнений газовой динамики на неструктурированных треугольных и тетраэдральных сетках	173
§ 3.1. Постановка задачи.....	173
§ 3.2. Сетки и обозначения	175
§ 3.3. Аппроксимации дивергенции и градиента	181

§ 3.4. Сеточные преобразования и аппроксимация исходных уравнений (без учёта поправок Лакса—Вендроффа).....	194
§ 3.5. Аппроксимация поправок Лакса—Вендроффа и потоков.....	203
3.5.1. Аппроксимация потоков массы	204
3.5.2. Аппроксимация потоков импульса и градиента давления.....	205
3.5.3. Аппроксимация потоков полной энергии	208
3.5.4. Итоговые формулы для потоков	209
3.5.5. Аппроксимация уравнения для внутренней энергии	211
§ 3.6. Аппроксимация граничных условий и постановка сеточных задач для определения «предикторного» решения.....	212
§ 3.7. Искусственная вязкость	215
§ 3.8. Определение областей УВ(ВС), ВР, КР, ОСЦ. Метод адаптивной искусственной вязкости (Метод АИВ).....	221
§ 3.9. Численные эксперименты	225
Приложения	
Приложение А. Численное моделирование неустойчивости Рихтмайера—Мешкова.....	229
Приложение Б. Отражение ударной волны от оси симметрии в неравномерном потоке с образованием циркуляционной зоны.....	233
Цветные иллюстрации	241
Литература	273