

Б-211939

уфмз

О. В. Зими́на

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту
(третьего поколения)



Б-211939

Серия
«Высшее образование»

О.В. Зими́на

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебный комплекс

Рекомендовано Научно-методическим советом
по математике Министерства образования и науки
Российской Федерации в качестве учебного пособия
для студентов вузов, обучающихся по направлениям:
080000 «Экономика и менеджмент», 130000 «Геология,
разведка и разработка полезных ископаемых»,
140000 «Энергетика, энергетическое машиностроение
и электротехника», 150000 «Металлургия,
машиностроение и металлообработка»,
210000 «Электронная техника, радиотехника
и связь», 220000 «Автоматика и управление»,
230000 «Информатика и вычислительная техника»

К

Ростов-на-Дону
«Феникс»
2015

Контрольный экз.

512.64+514.12+512(076)+514(076)

УДК 512:514(075.8)
ББК 22.143+22.151.5я73
КТК 11
3-62

Рецензенты:

*И.Б. Кожухов — доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры
высшей математики № 1 факультета микроприборов
и технической кибернетики НИУ «МИЭТ»;*
*А.Г. Ягола — доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры
математики факультета физики МГУ им. М.В. Ломоносова*

Зими́на О.В.

3-62

Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб.
комплекс для вузов / О.В. Зими́на — Ростов н/Д : Фе-
никс, 2015. — 377, [1] с. : ил. — (Высшее образование).

ISBN 978-5-222-22955-2

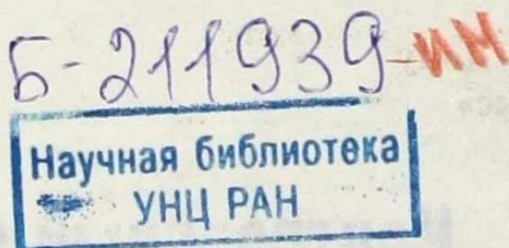
Учебный комплекс «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» предназначен для студентов технических и экономических вузов. Он соответствует стандартной программе и содержит конспект 15 лекций, разработки 15 практических занятий с подробным решением типовых примеров и задачами и упражнениями для самостоятельного решения, контрольные вопросы по всем темам (с ответами), варианты контрольных работ, программы зачета и экзамена с образцами зачетного и экзаменационного билетов.

В комплексе использован опыт кафедры высшей математики МЭИ (ТУ), накопленный при чтении лекций и проведении практических занятий, в том числе с применением ЭВМ.

Комплекс отличается от существующих учебных пособий тем, что объединяет в себе функции учебника, сборника задач и репетитора-тренажера и может быть использован как при очной, так и при дистанционной форме обучения.

ISBN 978-5-222-22955-2

**УДК 512:514(075.8)
ББК 2.143+22.151.5я73**



© О.В. Зими́на, 2014

© Оформление: ООО «Феникс», 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	8
СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	11
ЧАСТЬ I. ЛЕКЦИИ	12
Лекция 1. Исторический очерк	12
Лекция 2. Матрицы. Определители. Правило Крамера	24
2.1. Матрица как новый математический объект. Действия с матрицами	24
2.2. Определители, их свойства	30
2.3. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Правило Крамера	33
Контрольные вопросы к лекции 2	37
Лекция 3. Линейные пространства	39
3.1. Предварительные понятия	39
3.2. Определение линейного пространства	41
3.3. Примеры линейных пространств	43
Контрольные вопросы к лекции 3	47
Лекция 4. Линейные пространства (продолжение)	48
4.1. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов	48
4.2. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Линейные операции с векторами в координатной форме	50
4.3. Линейные подпространства	56
Контрольные вопросы к лекции 4	57
Лекция 5. Линейные операторы	58
5.1. Общее понятие отображения	58
5.2. Линейные операторы: определение, примеры	59
5.3. Матрица линейного оператора	63
Контрольные вопросы к лекции 5	65
Лекция 6. Линейные операторы (продолжение)	66
6.1. Примеры построения матриц линейных операторов	66
6.2. Действия с операторами и их матрицами	70
Контрольные вопросы к лекции 6	74
Лекция 7. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора	76
7.1. Образ и ранг линейного оператора	76
7.2. Ядро и дефект линейного оператора	77
Контрольные вопросы к лекции 7	79

Лекция 8. Ранг матрицы. Исследование оператора по его матрице	81
8.1. Ранг матрицы	81
8.2. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований	82
8.3. Исследование оператора по его матрице	83
Контрольные вопросы к лекции 8	88
Лекция 9. Системы линейных уравнений	89
9.1. Основные понятия. Условия совместности	89
9.2. Однородные системы линейных уравнений	92
9.3. Неоднородные системы линейных уравнений	94
Контрольные вопросы к лекции 9	98
Лекция 10. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора	99
10.1. Определение и метод отыскания собственных векторов	99
10.2. Свойства собственных векторов	102
Контрольные вопросы к лекции 10	104
Лекция 11. Обратный оператор и обратная матрица	106
11.1. Взаимно однозначные отображения	106
11.2. Обратный оператор	107
11.3. Обратная матрица	108
11.4. Преобразование координат вектора и матрицы линейного оператора при преобразовании базиса	110
Контрольные вопросы к лекции 11	113
Лекция 12. Евклидовы пространства	115
12.1. Скалярное произведение векторов, норма вектора, угол между векторами	115
12.2. Ортогональный и ортонормированный базисы в евклидовом пространстве. Ортогонализация Грама–Шмидта	119
12.3. Координаты вектора и скалярное произведение в ортонормированном базисе	120
Контрольные вопросы к лекции 12	123
Лекция 13. Линейные операторы в евклидовом пространстве	125
13.1. Сопряженные и самосопряженные операторы	125
13.2. Собственные векторы самосопряженного оператора	127
13.3. Ортогональные операторы	129
Контрольные вопросы к лекции 13	130
Лекция 14. Квадратичные формы. Классификация кривых 2-го порядка	132
14.1. Квадратичные формы и их матрицы	132
14.2. Классификация кривых 2-го порядка	135
Контрольные вопросы к лекции 14	140

Лекция 15. Кривые и поверхности 2-го порядка, исследование формы	141
15.1. Кривые 2-го порядка. Исследование формы	141
15.2. Поверхности 2-го порядка. Метод сечений	146
Контрольные вопросы к лекции 15	158
ЧАСТЬ II. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	160
Занятие 1. Матрицы. Действия с матрицами	160
1.1. Сложение матриц и умножение матрицы на вещественное число	161
1.2. Умножение матриц	162
1.3. Транспонирование матриц	164
1.4. Операции с матрицами с помощью математического сервера	165
1.5. Задачи и упражнения	166
Занятие 2. Определители, их свойства и вычисление. Системы линейных уравнений. Правило Крамера	169
2.1. Определители, их свойства и вычисление	169
2.2. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Правило Крамера	172
2.3. Задачи и упражнения	175
Занятие 3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Обратная матрица	177
3.1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	177
3.2. Обратная матрица и ее вычисление методом Гаусса	181
3.3. Матричные уравнения	185
3.4. Задачи и упражнения	187
Занятие 4. Геометрические векторы. Операции с векторами, их свойства и применение	190
4.1. Основные определения	190
4.2. Линейные операции с векторами	191
4.3. Скалярное произведение векторов	194
4.4. Векторное произведение векторов	196
4.5. Смешанное произведение векторов	199
4.6. Задачи и упражнения	200
Занятие 5. Разложение вектора по базису. Операции с векторами в координатной форме	202
5.1. Разложение вектора по базису. Линейные операции в координатной форме	202
5.2. Скалярное произведение векторов в ортонормированном базисе	204
5.3. Векторное произведение векторов в ортонормированном базисе	207

5.4. Смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе	209
5.5. Задачи и упражнения	212
Занятие 6. Плоскость и прямая в пространстве	214
6.1. Плоскость в пространстве	214
6.2. Прямая в пространстве	217
6.3. Задачи и упражнения	221
Занятие 7. Плоскость и прямая в пространстве (продолжение)	223
7.1. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве	223
7.2. Задачи и упражнения	228
Занятие 8. Линейные пространства	229
8.1. Исследование линейности пространств	229
8.2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов	233
8.3. Базис и размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису	236
8.4. Задачи и упражнения	240
Занятие 9. Линейный оператор и его матрица	242
9.1. Исследование линейности оператора	243
9.2. Матрица линейного оператора	244
9.3. Действия с операторами и их матрицами	246
9.4. Задачи и упражнения	248
Занятие 10. Ранг матрицы. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора	250
10.1. Ранг матрицы, его вычисление	250
10.2. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора	256
10.3. Задачи и упражнения	261
Занятие 11. Системы линейных уравнений. Условия совместности. Однородные системы линейных уравнений	263
11.1. Постановка задачи, различные интерпретации	264
11.2. Условия совместности. Теорема Кронекера–Капелли	268
11.3. Однородные системы линейных уравнений	269
11.4. Задачи и упражнения	273
Занятие 12. Неоднородные системы линейных уравнений, структура общего решения	275
12.1. Неоднородные системы линейных уравнений, структура общего решения	275
12.2. Решение систем линейных уравнений с помощью математического сервера	280
12.3. Задачи и упражнения	281

Занятие 13. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора	283
13.1. Понятия собственного вектора и собственного значения оператора	283
13.2. Отыскание собственных значений и собственных векторов линейного оператора по его матрице	285
13.3. Задачи и упражнения	288
Занятие 14. Обратный оператор и его матрица. Преобразование координат вектора и матрицы оператора при переходе к другому базису	290
14.1. Обратный оператор и его матрица	291
14.2. Преобразование координат вектора при переходе к другому базису	292
14.3. Преобразование матрицы оператора при переходе к другому базису	293
14.4. Задачи и упражнения	296
Занятие 15. Кривые и поверхности 2-го порядка	298
15.1. Кривые 2-го порядка	299
15.2. Поверхности 2-го порядка	306
15.3. Задачи и упражнения	308
ПРИЛОЖЕНИЯ	310
Приложение I. Решение задач линейной алгебры с помощью мобильного доступа к математическому серверу	310
Введение	310
I.1. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Правило Крамера	312
I.2. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса	315
I.3. Образ, ядро, ранг и дефект линейного оператора. Исследование оператора по его матрице	319
I.4. Однородные системы m линейных уравнений с n неизвестными	324
I.5. Неоднородные системы m линейных уравнений с n неизвестными	329
I.6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора	334
Приложение II. Контрольные вопросы	342
Приложение III. Ответы	356
Приложение IV. Варианты контрольных работ	369
Приложение V. Программа зачета и образец билета	372
Приложение VI. Экзаменационная программа и образец билета	375
БИБЛИОГРАФИЯ	378



Учебное издание

Зими́на Ольга Всеволодовна

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебный комплекс

Ответственный за выпуск
Технический редактор

А.А. Боровиков
Г.А. Логвинова

Подписано в печать 22.08.2014.

Формат 84x108 ¹/₃₂. Бумага офсетная.

Тираж 2 500 экз. Заказ № 585.

ООО «Феникс»
344082, г. Ростов-на-Дону,
пер. Халтуринский, 80

Отзывы и предложения по изданию присылайте
на адрес редакции:

e-mail: borovikov@fenixrostov.ru

Тел. 8 (863) 261-89-50

Отпечатано с готовых диапозитивов в ЗАО «Книга»
344019, г. Ростов-на-Дону, ул. Советская, 57.

Качество печати соответствует предоставленным диапозитивам.